

REZUMAT în limba română al tezei

„Mathematical Models and Numerical Algorithms for Stability Investigation of Swirling Hydrodynamic Systems”

Titlul tezei în limba română: **„Modele matematice și algoritmi numerici pentru studiul stabilității sistemelor hidrodinamice cu vârtejuri”**

Elaborată de mat. Diana Alina BISTRIAN

Conducători științifici: Prof. univ. dr. ing. George G. SAVII,
Prof. univ. dr. ing. Romeo F. RESIGA,
Universitatea „Politehnica” din Timișoara

Motivația tezei

Sursele de energie regenerabilă sunt din ce în ce mai des utilizate în producerea energiei. Una dintre aceste resurse reprezintă energia produsă de sistemele hidroenergetice. Posibilitatea de stocare a energiei cât și modul relativ simplu de producere a energiei hidroelectrice fac ca aceasta să devină o sursă preferată înaintea altor sisteme de producere a energiei.

Producerea energiei la turație variabilă face ca turbinele utilizate în practică să fie operate pe un domeniu larg, care poate fi departe de condițiile optime de exploatare. Referitor la aceste condiții, o situație care ridică probleme tehnologice o reprezintă funcționarea la debit parțial, care conduce la o puternică instabilitate hidrodinamică sub forma unui vârtej elicoidal în mișcare de precesie, numit și *vârtejul funie* [1]. Acest fenomen este foarte evident când discutăm despre turbine Francis.

Vârtejul de tip funie creează fluctuații mari de presiune asupra pereților tuburilor de evacuare din turbină [2]. Acestea pot conduce la solicitări periculoase inclusiv la deteriorarea prin oboseala în timp [3]. Acest fenomen este periculos atunci când frecvența oscilațiilor vârtejului funie coincide cu frecvența de rezonanță a structurii turbinei sau a circuitului hidraulic. Modelarea acestor fenomene hidrodinamice care conduc la dezvoltarea vârtejului reprezintă o sarcină complexă care presupune luarea în considerare a tuturor combinațiilor de factori care conduc la generarea acestei instabilități în sistemul fluid.

Determinările experimentale ale condițiilor care conduc la generarea unui vârtej funie sunt foarte dificile din punct de vedere practic, impunând utilizarea unor echipamente complexe care nu pot fi utilizate în evaluarea unui sistem real [4]. Aceasta face ca modelarea matematică a fenomenului să devină o unealtă importantă în proiectarea sistemului hidraulic. Sistemul trebuie analizat în regim dinamic, ceea ce presupune rezolvarea ecuațiilor modelului

Navier-Stokes pentru diferite seturi de condiții impuse de funcționarea sistemului real. Sistemul de ecuații Navier-Stokes care guvernează curgerea unui fluid este un sistem puternic neliniar, care necesită o atenție aparte din punct de vedere a abordării soluționării sale. În ciuda progreselor apărute în ultimii ani în domeniul analizei numerice a dinamicii fluidelor [5], respectiv în domeniul resurselor de calcul, modelarea curgerii turbionare rămâne o sarcină dificilă.

Resursele computaționale impuse de aplicațiile existente până în momentul de față pentru simularea fenomenelor curgerii turbulente sunt uriașe și sunt cauzate de câțiva factori. Aceste aplicații sunt bazate exclusiv pe utilizarea unor metode numerice ca metoda elementului finit sau metoda volumelor finite. Pe lângă faptul că aceste metode necesită alocarea unor resurse computaționale mari, datorită faptului că rezolvarea sistemului neliniar impune utilizarea unor meșe foarte fine cu un număr foarte mare de noduri, metodele bazate pe element finit întâmpină probleme și din punct de vedere a instabilității fenomenului în realitate, fapt care conduce la interpretări eronate, dacă nu se realizează o implementare foarte atentă. În cazul studierii unor regimuri puternic dinamice, metodele bazate pe element finit pot să conducă la timpi de calcul foarte mari pentru o simplă analiză.

În aceste condiții, o analiză a sistemului fluid din punct de vedere al stabilității poate să conducă la o mai bună înțelegere a fenomenelor de instabilitate și a cauzelor care le produc și pot să ofere o corelare între cauze și efecte.

În cazul analizei de stabilitate, numărul de analize care trebuie efectuate este foarte mare, ceea ce presupune rezolvarea întregului sistem pentru un număr mare de combinații de factori, cât și pentru condiții la limită complexe. Ca și o alternativă la metodele amintite mai sus, în prezenta teză se propune o rezolvare a regimurilor dinamice apărute în cazul curgerii turbulente, nestaționare a fluidelor cu vârtejuri, bazată pe utilizarea unei metode matematice aparute relativ recent în literatură: metoda colocației spectrale.

Analiza de stabilitate în cazul curgerii fluidelor presupune câțiva pași. Un prim pas este stabilirea condițiilor pe frontieră, respectiv în axă pentru cazul studiat. O problemă care a fost observată în cadrul acestei teze este faptul că acuratețea soluției depinde și de condițiile la limită impuse.

Multe lucrări citate în literatura de specialitate se concentrează doar asupra modelării, respectiv investigării experimentale a curgerii fluidului cu mișcare de rotație, respectiv procesare [6-15], fără a lua în considerare și analize de stabilitate. Această teză își propune să investigheze condițiile de dezvoltare a instabilității hidrodinamice în cazul curgerii cu mișcare de rotație care apare în turbinele Francis, oferind o analiză de stabilitate spațio/temporală care poate să caracterizeze acest tip de fenomene neliniare.

Obiectivele tezei

Teza abordează domeniul mecanicii fluidelor computaționale și analizei numerice, într-un demers interdisciplinar al cărui subiect este reprezentat de o problemă fundamentală de hidrodinamică corespunzătoare stabilității curgerilor cu rotație cu aplicații la curgerile decelerate cu vârtej în turbomașini. Principalele obiective ale acestei teze sunt extinderea metodelor analitice de stabilitate hidrodinamică la obținerea unor modele ale sistemelor fluide

care dezvoltă vârtejuri, în paralel cu dezvoltarea unor aplicații informatice care să permită analiza calitativă a sistemului fluid prin prisma investigațiilor numerice ale stabilității spațio/temporale, procesate pe o structură distribuită de calcul paralel de tip cluster. Aceste instrumente sunt de mare relevanță aplicativă nu numai din punct de vedere al reducerii drastice a costurilor legate de timp și resurse, dar pot oferi informații și despre cauzele fenomenelor de instabilitate hidrodinamică, conducând la optimizarea metodelor de control al stabilității. Deși metodele analitice care stau la baza analizelor de stabilitate ale sistemelor dinamice sunt bine determinate, obținerea modelelor sistemelor fluide presupune calcule analitice laborioase și nu avem cunoștință că există aplicații informatice dedicate unor astfel de investigații.

Aplicațiile informatice prezentate în cadrul acestei teze permit identificarea stărilor de instabilitate ale sistemului fluid pentru diferiți parametri, conducând la obținerea unei experiențe în înțelegerea profilului real al curgerilor cu rotații, în vederea proiectării unor tehnologii de control a dinamicii fluidului.

Alegerea metodelor spectrale în soluționarea problemelor de valori și vectori proprii ce guvernează stabilitatea curgerilor cu rotație investigate în cadrul acestei lucrări este motivată de precizia acestor metode. Metodele spectrale au proprietăți excelente din punct de vedere al convergenței algoritmului, având o convergență de tip exponențial, cea mai rapidă, spre deosebire de metodele de element finit ce oferă o rată algebrică de convergență a metodei. Metodele spectrale abordează soluția problemei descrise prin ecuații diferențiale la nivel global, spre deosebire de metodele elementului finit care au o abordare de tip local.

Implementarea algoritmilor analizelor de stabilitate hidrodinamică utilizând metoda de colocație spectrală este avantajoasă și din punct de vedere al timpului redus de rulare cât și al resurselor hardware, nefiind necesar un supercomputer.

Aceste metode au fost validate pentru studii de stabilitate spațială în cazul curgerilor paralele pentru profile de viteză existente în literatură [16] (în cazul vârtejurilor de tip Batchelor spre exemplu) și apoi aplicate pe exemple concrete derivate din măsurători experimentale în cazul vârtejurilor elicoidale în mișcare de precesie într-o curgere decelarată cu vârtej în turbine Francis.

Contributii personale

Elementele originale ale proiectării algoritmilor constau în:

- Dezvoltarea unui model matematic, în formulare matriceală, al curgerii cu vârtejuri în rotorul turbinei Francis, adaptat aplicării metodelor spectrale în prezența unor mici perturbații (Capitolul 3);
- Introducerea unei clase speciale de polinoame ortogonale ca bază de funcții aproximante, anume polinoamele Chebișev definite în spațiul fizic al problemei; această abordare permițând rezolvarea numerică a problemei de stabilitate hidrodinamică direct în spațiul fizic al fenomenului studiat măbind gradul de precizie (Capitolul 4, Secțiunea 4.2).
- Construirea unor aproximări eficiente ale vectorilor proprii utilizând expansiuni în serii de polinoame ortogonale care înglobează condițiile la limită; această tehnică permițând

- Aproximarea derivatelor vectorilor proprii cu maximă precizie, cu ajutorul operatorilor de diferențiere discreți, calculați în funcție de caracteristicile fenomenului studiat (tipul de curgere axial-simetrică sau non axial-simetrică, condițiile la limită, expresiile funcțiilor aproximante ale vectorilor proprii) (Capitolul 5 și Capitolul 7).
- Construirea, pentru fiecare tip de fenomen studiat (axial simetric, non-axial simetric), a gridului optim de discretizare a domeniului și utilizarea unor transformări optime de coordonate de la intervalul standard de definiție a punctelor de colocație la intervalul fizic al problemei, fără alterarea ratei de cluster a punctelor de colocație (Capitolul 4, Secțiunea 4.3).
- Implementarea eficientă a condițiilor la limită de tip Dirichlet, Neumann și/sau mixte prin împărțirea matricilor problemei de valori proprii în blocuri și definirea corectă a acestora astfel încât comportamentul modurilor proprii la extremitățile domeniului să exprime condițiile la limită (Capitolul 5, Capitolul 6, Capitolul 7).
- Implementarea funcțiilor test ortogonale utilizând calculul simbolic (Capitolul 6).
- Includerea unei biblioteci eficiente pentru soluționarea problemelor de valori proprii care guvernează stabilitatea curgerilor cu rotație investigate în platforma software de implementare a aplicațiilor, anume NAG Toolbox for Matlab (Capitolul 6, Capitolul 7 și Capitolul 9).
- Dezvoltarea și implementarea unei metode originale pentru eliminarea valorilor proprii false din spectrul hidrodinamic (Capitolul 8, Secțiunea 8.3).
- În cadrul acestei teze, după elaborarea, respectiv validarea algoritmilor a fost încercată cu succes paralelizarea, respectiv procesarea pe o structură distribuită de calcul paralel de tip cluster (Capitolul 7). Testând algoritmi pentru analiza stabilității hidrodinamice cu condiții la limită complexe pe câteva configurații ale cluster-ului, au fost evaluate performanțele algoritmului paralel (Capitolul 9) și se constată din experimentări că timpul optim de procesare este atins când calculele se efectuează pe patru sau șase procesoare în paralel, la 83 de noduri de colocație pentru acest tip de problemă.

Algoritmii implementați se constituie într-o suită Matlab a cărei rulare permite obținerea imediată a informațiilor asupra modului cel mai instabil, vizualizări grafice ale vectorilor proprii, ale perturbațiilor și determinarea frecvenței celei mai amplificate perturbații.

Organizarea tezei:

Teza este organizată astfel:

În Capitolul 1 este prezentată motivația studiului stabilității hidrodinamice a sistemului fluid din turbinele hidraulice Francis utilizând tehnici de calcul paralel și distribuit.

Capitolul 2 prezintă metodologia analizei liniare de stabilitate a curgerilor cu rotație.

Modelul matematic al sistemului fluid în conul de difuzie al turbinei Francis, într-o curgere paralelă, mediată circumferențial este dezvoltat în Capitolul 3.

În Capitolul 4 clasa polinoamelor Cebîșev modificate este introdusă ca și bază de funcții test ortogonale și sunt prezentate considerații asupra metodelor numerice spectrale.

Capitolul 5 expune o nouă metodă numerică de colocație spectrală, bazată pe funcții test modale care înglobează condițiile la limită Dirichlet. Această metodă este adresată investigării stabilității sistemului fluid în cazurile non axialsimetrice.

În cazurile eliptice și în cazul axial simetric, condițiile la limită sunt exprimate prin relații sofisticate care impun o altă abordare în construirea algoritmului de investigare a stabilității hidrodinamice. Astfel, Capitolul 6 expune o metodă numerică de tip Cebîșev-tau modificată, utilizând expansiunea funcțiilor necunoscute în serii de polinoame ortogonale definite în capitolul 4. Avantajul major al acestui algoritm este acela că problema de valori și vectori proprii se reduce la rezolvarea unui sistem de ecuații algebrice, iar condițiile la limită reprezintă ecuații liniare care completează sistemul algebric. În implementarea algoritmului a fost folosit și calculul simbolic.

Un nou algoritm pentru calculul paralel și distribuit, bazat pe metoda colocației spectrale și care poate investiga stabilitatea sistemului fluid pentru orice tipuri de condiții la limită este prezentat în Capitolul 7. Utilizând operatori diferențiali care aproximează derivatele funcțiilor necunoscute, sistemul de ecuații diferențiale care guvernează stabilitatea curgerii este transformat într-o problemă de valori și vectori proprii matriceală. Avantajele aduse de acest algoritm sunt: calcularea amplitudinilor perturbațiilor direct în spațiul fizic al problemei de stabilitate hidrodinamică, creșterea gradului de precizie nefiind nevoie de aproximarea numerică a unui eventual jacobian al transformării spațiale, timpul de calcul este semnificativ mai mic față de metodele clasice de element finit, pentru un anumit parametru spectral N , eroarea atinge o rată de micșorare exponențială.

Algoritmii dezvoltati și prezentați în această teză au fost validați în Capitolul 8, cu rezultate existente în literatură care vizează stabilitatea hidrodinamică a vârtejului care se dezvoltă pe aripile delta ale avioanelor, numit vârtejul Batchelor.

Capitolul 9 prezintă rezultatele investigării stabilității vârtejului funie cu ajutorul algoritmilor expuși în această teză și procesați pe o structură distribuită de calcul paralel de tip cluster. În cadrul acestui capitol au fost urmărite două direcții de cercetare și anume:

1. Studiul comportării sistemului dinamic fluid din turbina Francis în funcție de coeficientul de debit. În acest caz a fost utilizat un profil simplificat al vârtejului funie, ale cărui viteze au fost exprimate analitic ca fiind o superpoziție a unor vârtejuri [8].
2. Analiza instabilității convective și absolute a sistemului fluid din turbină la debit partial. Profilele discrete ale vitezelor axială, respectiv circumferențială în acest studiu au fost furnizate de către cercetători de la Institutul de Termofizică Novosibirsk [17], Rusia și utilizate în algoritmii de stabilitate dezvoltati în cadrul acestei teze. Utilizând metodele spectrale dezvoltate în această teză a fost determinată frecvența dominantă a vârtejului funie și numărul de undă corespunzător. Rezultatele obținute au fost identice cu cele prezentate de cercetătorii din Rusia, validând încă o dată algoritmii numerici prezentați.

Studiului convergenței algoritmului de colocație spectrală prezentat în acest capitol este de asemenea expus, fiind prezentată o metodă originală pentru determinarea numărului optim de noduri de colocație.

Algoritmul de investigare a stabilității hidrodinamice a fost procesat pe câteva configurații ale clusterului, fiind determinat numărul optim al stațiilor de lucru pentru care timpul de procesare să fie rezonabil.

Teza se încheie cu concluziile, contribuțiile originale și proiectele de viitor expuse în Capitolul 10.

Concluzii

Obiectivele tezei au fost crearea de algoritmi și metode numerice noi pentru investigarea stabilității hidrodinamice a sistemelor fluide cu vârtejuri, cu aplicații la studiul centrului vârtejului funie în curgeri paralele, pentru studiul modurilor neaxialsimetrice, modului axialsimetric și pentru moduri ce satisfac condiții la limită complexe.

Aceste metode au fost validate pentru studii de stabilitate spațială în cazul curgerilor paralele pentru profile de viteză existente în literatură (în cazul vârtejurilor de tip Batchelor spre exemplu) și apoi aplicate pe exemple concrete derivate din măsurători experimentale în cazul vârtejurilor elicoidale în mișcare de precesie într-o curgere decelarată cu vârtej în turbina Francis.

Aplicațiile informatice prezentate în cadrul acestei teze permit identificarea stărilor de stabilitate ale sistemului fluid pentru diferiți parametri, conducând la obținerea unei experiențe în înțelegerea profilului real al curgerilor cu rotații, în vederea proiectării unor tehnologii de control a dinamicii fluidului.

Rezultatele obținute confirmă îndeplinirea obiectivelor propuse.

Extras referințe

- [1] Jacob, T., *Evaluation sur Modèle Réduit et Prédiction de la Stabilité de Fonctionnement des Turbines Francis*, EPFL Thesis No. 1146, Lausanne, Switzerland, 1993.
- [2] Baya, A., Muntean, S., Câmpian, V.C., Cuzmoș, A., Diaconescu, M., Bălan, G., Experimental investigations of the unsteady flow in a Francis turbine draft tube cone, 25th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems, *IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science* 12, doi:10.1088/1755-1315/12/1/012007, 2010.
- [3] Frunzăverde, D., Muntean, S., Mărginean, G., Câmpian, V., Marșavina, L., Terzi, R., Șerban, V., Failure analysis of a Francis turbine runner, 25th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems, *IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science* 12, doi:10.1088/1755-1315/12/1/012115, 2010.
- [4] Iliescu, M.S., Ciocan, G.D., Avellan, F., Analysis of the cavitating draft tube vortex in a Francis turbine using particle image velocimetry measurements in two-phase flow, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 130, pp. 021105-1-021105-10, 2008.
- [5] Susan-Resiga R., Vu T.C., Muntean S., Ciocan G.D., Nennemann B., Jet Control of the Draft Tube Vortex Rope in Francis Turbines at Partial Discharge, *Proceedings of the 23rd IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, Yokohama, Japan, Paper 192, 2006.
- [6] Thicke R.H., Practical Solutions for Draft Tube Instability, *Water Power and Dam Construction*, Vol. 33, No. 2, pp. 31-37, 1981.

- [7] McDonald, A.T., Fox, R.W., Van Dewoestine, R.V., Effects of Swirling Inlet Flow on Pressure Recovery in Conical Diffusers, *AIAA Journal*, Vol. 9, No. 10, pp. 2014-2018, 1971.
- [8] Susan-Resiga R., Ciocan G.D., Anton I., Avellan F., Analysis of the Swirling Flow Downstream a Francis Turbine Runner, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 128 (1), pp. 177-189, 2006.
- [9] Vu, T. C., and Retieb, S., Accuracy Assessment of Current CFD Tools to Predict Hydraulic Turbine Efficiency Hill Chart, *Proceedings of the 21st IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, Lausanne, Switzerland, pp. 193–198, 2002.
- [10] Ruprecht, A., Maihöfer, M., Heitele, M., and Helmrich, T., Massively Parallel Computation of the Flow in Hydro Turbines, *Proceedings of the 21st IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, Lausanne, Switzerland, pp. 199–206, 2002.
- [11] Scherer, T., Faigle, P., and Aschenbrenner, T., Experimental Analysis and Numerical Calculation of the Rotating Vortex Rope in a Draft Tube Operating at Part Load, *Proceedings of the 21st IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, Lausanne, Switzerland, pp. 267–276, 2002.
- [12] Miyagawa, K., Tsuji, K., Yahara, J., and Nombra, Y., Flow Instability in an Elbow Draft Tube for a Francis Pump-Turbine, *Proceedings of the 21st IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, Lausanne, Switzerland, pp. 277–286, 2002.
- [13] Magnoli, M. V., *Numerical simulation of pressure oscillations in Francis turbine runners*, JASS 2009-Joint Advanced Student School, St. Petersburg, Numerical Simulation in Turbomachinery, 2009.
- [14] Alligne, S., Nicolet, C., Allenbach, P., Kawkabani, B., Simond, J. J., Avellan, F., Influence of the vortex rope location of a Francis turbine on the hydraulic system stability, *IAHR 24th Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, 27-31 October, Foz Do Iguassu, Brazilia, 2008.
- [15] Nicolet, C., Zobeiri, A., Maruzewski, P., Avellan, F., On the upper part load vortex rope in Francis turbine: experimental investigation, *25th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems, IOP Conf. Series: Earth and Experimental Science* 12, 2010.
- [16] Olendraru C., Sellier A., Rossi M., Huerre P., Inviscid instability of the Batchelor vortex: Absolute-convective transition and spatial branches, *Physics of Fluids*, Vol. (11) 7, pp. 1805-1820, 1999.
- [17] Kuibin, P.A., Okulov, V.L., Susan-Resiga, R.F., Muntean, S., Validation of the mathematical models for predicting the swirling flow and the vortex rope in a Francis turbine operated at partial discharge, *25th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, September 20-24, Timisoara, Romania, IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science 12 (2010) 012051, pp. 1-10, doi:10.1088/1755-1315/12/1/012051, 2010.