

CONTRIBUȚII LA PRELUCRAREA NUMERICĂ A SEMNALELOR CU FUNCȚII SPLINE

Rezumat

Ing. Liliana STOICA

Conducător științific:	Prof.univ.dr.ing. Alimpie Ignea
Referenți științifici:	Prof.univ.dr.ing. Teodor Petrescu
	Prof.univ.dr.ing. Cornelia Gordan
	Prof.univ.dr.ing. Ioan Naforniță

În ultimele decenii, în domeniul prelucrării imaginilor s-au dezvoltat numeroase metode de interpolare cu funcții spline, în contextul conceptului de interpolare generalizată. Plecând de la acestea, în teza de doctorat prezint noi algoritmi de interpolare spline cubică utilizați pentru prelucrarea semnalelor unidimensionale. Avantajul unora dintre aceștia este că pot fi implementați prin filtre numerice cu răspuns finit la impuls simetrice. Unul dintre noii algoritmi este implementat pe un sistem cu procesor numeric de semnal și poate fi utilizat pentru prelucrarea semnalelor în timp real. Procesarea datelor în timp real este o cerință de bază pentru numeroase aplicații din domeniul prelucrării numerice a semnalelor.

Capitolul 1 prezintă problematica și structura tezei. Sistemele electronice, atât cele analogice, cât mai ales cele numerice, au pătruns în tot mai multe domenii. Tendința este ca procese, de la cele mai simple până la unele complexe, să fie realizate, urmărite și/sau conduse automat. De multe ori, prelucrarea acestor informații se face prin rularea pe sisteme numerice a unor programe specifice. În prelucrarea numerică a semnalelor sunt esențiale alegerea modelului matematic și stabilirea algoritmilor specifici. Stabilirea de noi teorii și direcții în matematică dau posibilitatea îmbunătățirii metodelor de lucru, realizării unor modele mai apropiate de cele reale, a unor algoritmi mai rapizi și a unor soluții competitive. Se cere viteză și calitate la costuri minime.

Procedeele de reconstrucție și interpolare au un rol important în prelucrarea semnalelor. Acestea trebuie să conțină informația utilă din semnalul inițial. Semnalul trebuie să poată fi reconstruit pe baza acestor date și prin interpolare să furnizeze valori ale semnalului și în puncte intermediare celor în care s-a făcut prelevarea.

Abordarea problemei eșantionării prin prisma unor noi clase de funcții bază (wavelet și spline) a dus la dezvoltarea conceptului de interpolare generalizată. Acesta a permis elaborarea a numeroase metode de interpolare implementate prin tehnici de filtrare numerică. Acestea sunt folosite, mai ales, în aplicații de prelucrare numerică a semnalelor precum redimensionarea imaginilor (mărire sau micșorare), aplicarea unor transformări geometrice, compresia, detecția conturului. Abordarea acestei probleme prin tehnici de filtrare numerică duce la scăderea semnificativă a complexității algoritmilor, la prelucrare unui volum mare de date în timp scurt și la folosirea unor resurse minime. În literatura de specialitate se fac referiri la posibilitatea de a utiliza acești algoritmi în prelucrarea semnalelor unidimensionale, însă nu sunt prezentate și exemple. Un mare dezavantaj al acestor algoritmi este că nu pot fi utilizați pentru prelucrări de semnale în timp real. În acest context, am realizat noi algoritmi de interpolare care combină tehnici cunoscute într-o nouă manieră. Algoritmii sunt

implementați prin filtre IIR sau FIR simple și pot fi utilizați și pentru aplicații în timp real.

În capitolul 2, intitulat „Eșantionarea și interpolarea semnalelor” am prezentat câteva noțiuni de bază din prelucrarea semnalelor privind reprezentarea, eșantionarea, interpolarea și filtrarea semnalelor. Am redat pe scurt câteva principii care stau la baza teoriei eșantionării în abordarea tradițională și a teoriei eșantionării generalizate. Strâns legat de acestea este procesul de interpolare a datelor. Am prezentat câteva metode de interpolare dintre cele mai cunoscute și o abordare modernă a problemei interpolării, prin prisma conceptului de interpolare generalizată, utilizând funcții spline sau wavelet. Am amintit și câteva proprietăți ale filtrelor numerice.

Capitolul 3, intitulat „Metode de interpolare cu funcții spline” reprezintă o trecere în revistă a modului în care funcțiile spline au fost utilizate pentru interpolare. Am definit, pe baza literaturii consultate, funcțiile spline polinomiale și B-spline și am evidențiat proprietățile care fac ca acestea să fie des utilizate pentru interpolări de bună calitate. Am prezentat metoda matriceală de rezolvare a problemei de interpolare spline cubică. Marele dezavantaj al acestei metode este că necesită un număr mare de calcule. Am trecut apoi la tehnicile moderne de interpolare ce folosesc diverse tipuri de funcții spline, aplicate în special în prelucrarea imaginilor. Am descris un algoritm general de interpolare care utilizează funcții B-spline și tehnici de filtrare numerică preluat din literatura de specialitate. Pornind de la acest algoritm, mai mulți cercetători au dezvoltat o serie de alte metode de interpolare bazate pe alte tipuri de funcții spline, sau funcții spline modificate. În aproape toate aplicațiile studiate se propun abordări diferite ale pasului doi din procesul de interpolare generalizată. Pentru primul pas, cel de prefiltrare, se păstrează același tip de filtru IIR folosit în algoritmul inițial. În continuare am descris în detaliu *algoritmul rapid de interpolare spline cubică (algoritmul Unser)*. Am implementat acest algoritm prin programe în *Matlab* și l-am testat pe câteva tipuri de semnale bine cunoscute. Tot în Capitolul 3 am prezentat câteva dintre rezultatele acestor teste și concluziile ce derivă din acestea. Interpolarea cu acest algoritm este însoțită de erori foarte mici, comparabile cu cele obținute la interpolarea cu funcția dedicată din *Matlab*. Dezavantajele metodei rezultă din modul în care se face inițializarea șirului de coeficienți, deoarece este necesară prelungirea prin oglindire a semnalului de intrare. Acest procedeu duce la apariția unor erori de interpolare semnificativ mai mari la capetele șirului decât pentru restul eșantioanelor. Modul în care este implementat filtrul IIR folosit pentru determinarea coeficienților B-spline face ca algoritmul să nu poată fi utilizat în aplicații pentru prelucrarea semnalelor în timp real.

În capitolul 4 „Noi algoritmi de determinare a coeficienților B-spline” sunt prezentați noi algoritmi de interpolare spline cubică pe care i-am dezvoltat pe baza *algoritmului rapid de interpolare spline cubică*. Metodele de realizare a pasului de prefiltrare sunt originale, păstrându-se din algoritmul inițial partea de filtrare B-spline inversă. La început se descriu 3 modalități de determinare a derivatelor numerice, care vor fi utilizate în dezvoltarea noilor algoritmi. Apoi, am stabilit relațiile între coeficienți, funcția ce aproximează semnalul de intrare și derivatele sale de ordinul 1 și 2. Pe baza acestora am determinat noi formule de inițializare a șirului de coeficienți B-spline. În acest caz nu este necesară prelungirea prin oglindire a semnalului de intrare, fapt care duce la obținerea de erori de interpolare mai mici la capetele șirului.

În continuare am propus o formulare alternativă pentru metoda de prefiltrare din *algoritmul rapid de interpolare spline cubică* denumită *algoritmul zero*. Deși algoritmul nu este convergent, formula de calcul a coeficienților B-spline poate fi utilizată ca metodă adițională la alți algoritmi pentru îmbunătățirea rezultatelor.

Plecând de la proprietățile funcției B-spline cubică și ale derivatelor sale, am determinat o relație între coeficienți și valorile derivatei de ordinul 1 a funcției ce aproximează semnalul de intrare. În orice punct k se poate determina valoarea coeficientului pe baza coeficientului calculat în punctul $k-2$ și a valorii derivatei de ordinul 1 approximate în punctul $k-1$. Utilizând această relație și metodele de determinare a derivatelor numerice prezentate la începutul capitolului, am dezvoltat 3 noi algoritmi de interpolare spline cubică. Aceștia au fost denumiți *algoritmii 1A, 1D și 1P*. Partea de prefiltrare se face prin intermediul unor filtre cu răspuns infinit la impuls (IIR). Am implementat noii algoritmi prin programe în *Matlab* și i-am testat pe aceleași seturi de date folosite și în cazul *algoritmului rapid*. Am prezentat câteva rezultate din care se observă că, în cazul unor semnale cu discontinuități, deși erorile sunt mai mari decât cele date de *algoritmii Unser*, ele afectează un număr mai mic de eșantioane din vecinătatea punctelor de discontinuitate.

În continuare, am stabilit formula prin care fiecare coeficient, dintr-un nod oarecare, poate fi calculat folosind valoarea semnalului și valoarea derivatei de ordinul doi a acestuia în nodul respectiv. Am dezvoltat 3 noi algoritmi de interpolare care utilizează această relație: *algoritmii 2A, 2D și 2P*. Fiecare coeficient se calculează doar pe baza valorilor semnalului de intrare, fără a fi utilizați coeficienți determinați anterior, evitându-se astfel propagarea erorilor la calculul acestora. *Algoritmii 2D și 2P* au marele avantaj că sunt realizați cu ajutorul unor filtre FIR simetrice, filtre care sunt nerecursive, stabile și cu fază liniară. Acestea pot fi implementate ușor și eficient pe sisteme de prelucrare numerică a semnalelor și pot fi utilizate pentru procesarea datelor în timp real.

Metodele de calcul al coeficienților B-spline pe care le-am stabilit permit determinarea locală a acestora, utilizând valorile eșantioanelor semnalului de intrare doar din câteva puncte învecinate cu cel în care se face determinarea. Nici o altă metodă din cele întâlnite în literatura de specialitate nu permite acest lucru.

Am implementat algoritmii în *Matlab* și i-am testat pe aceleași semnale ca și mai sus. Am prezentat și comparat erorile de interpolare obținute în mai multe cazuri. De exemplu, la prelucrarea aceluiași semnal $\cos(2\pi k/12)$ cu *algoritmii 2P, 2D și Unser*, rezultatele (fără erorile la capete) sunt redată în figura 4.8.

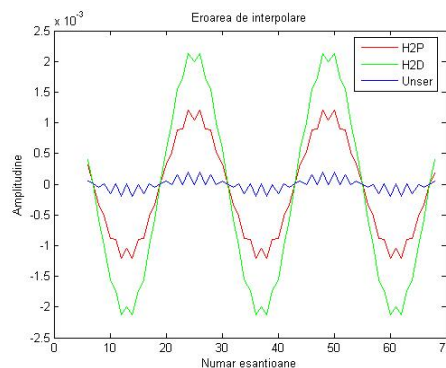


Fig. 4.8. Erori pentru $\cos(2\pi k/12)$ la interpolarea cu *algoritmii 2P, 2D și Unser*.

La interpolarea cu *algoritmii 2D și 2P*, erorile sunt mai mari decât la interpolarea cu *algoritmii Unser*, dar au valori ce pot fi considerate acceptabile pentru multe aplicații. Noii algoritmi au avantajul că pot fi utilizați pentru prelucrarea semnalelor în timp real.

Algoritmii propuși în acest capitol oferă o aproximare a semnalului de intrare, aproximare care este cu atât mai bună cu cât crește frecvența la care au fost eșantionate semnalele de intrare.

În capitolul 5 intitulat „Îmbunătățirea algoritmilor de interpolare spline cubică ce utilizează valorile derivatelor funcției în noduri” am adus în discuție câteva metode originale de îmbunătățire a noilor algoritmi dezvoltați, prezentând și rezultate pentru acestea. Am descris 2 metode de îmbunătățire a modalității de calcul a coeficienților B-spline care utilizează relația din algoritmul zero. Acestea presupun calculul intercalat al coeficienților și, respectiv, introducerea unui pas suplimentar.

Tot în acest capitol am tratat și problema apariției erorilor la capete, erori care la începutul și sfârșitul șirului au valori mai mari decât pentru restul eșantioanelor. Aceste erori apar și în cazul algoritmului preluat din literatură și propun o rezolvare originală a problemei prin prelungirea șirului de coeficienți la ambele capete.

Procesul de derivare a semnalului de la intrare poate fi realizat și prin circuite analogice, în teză propunând o modalitate de implementare pentru acesta.

Am prezentat și 3 metode echivalente de implementare a algoritmilor dezvoltați pentru factor de interpolare mai mare ca 2. În prealabil am determinat forma explicită a funcției de transfer a filtrului B-spline indirect pentru $n=3$ și $m=4$.

În capitolul 6, am implementat *algoritmul 2D* original pe un sistem cu procesor numeric de semnal. Mai întâi am prezentat, pe scurt, caracteristici de bază ale procesoarelor numerice de semnal și probleme generale legate de lucrul cu acestea. Am descris sistemul utilizat pentru implementarea și rularea algoritmului. Am rescris programul pentru sistemul ales și l-am simulat, prezentând câteva rezultate. Apoi am rulat algoritmul pe procesor, aducând la intrarea sistemului mai multe tipuri de semnale. Câteva rezultate practice sunt redată în teză prin intermediul unor imagini importate de la osciloscopul numeric utilizat pentru vizualizarea semnalelor de la intrarea și respectiv, de la ieșirea sistemului de prelucrare.

În capitolul 7 am prezentat cele mai importante concluzii și contribuții originale din cadrul tezei de doctorat. Am precizat și posibile dezvoltări ulterioare.

În urma cercetărilor și experimentelor efectuate în acest domeniu, se pot evidenția următoarele contribuții proprii:

- Am realizat un studiu bibliografic amplu asupra metodelor și algoritmilor de interpolare care utilizează funcții spline, a suportului matematic și a problemelor pe care acestea le implică. Studiul se bazează pe analiza a peste o sută de titluri bibliografice (articole, cărți, site-uri web) și evidențiază actualitatea temei.
- În urma cercetărilor, experimentelor și analizei rezultatelor, am elaborat 11 lucrări științifice (autoare și coautoare la 10 lucrări publicate, din care una cotate ISI și autoare a unei lucrări acceptată spre publicare la o conferință cotate ISI).
- Am elaborat un program în *Matlab* prin care am implementat algoritmul rapid de interpolare spline cubică preluat din literatură. În urma testării acestuia pe o serie de semnale binecunoscute, am identificat câteva neajunsuri ale metodei. Dintre acestea, o importanță deosebită o au următoarele aspecte: algoritmul nu poate fi utilizat pentru prelucrări în timp real a semnalelor și metoda de inițializare introduce erori importante la capetele șirului de coeficienți (paragraful 3.7.2) [91].
- Analizând funcția spline cubică ce aproximează semnalul de intrare, derivatele ei de ordinul întâi și doi și coeficienții B-spline ai modelului,

am stabilit formule pentru inițializarea șirului de coeficienți care nu necesită prelungirea semnalului prin oglindire (paragraful 4.3) [91].

- Pentru metoda de prefiltrare utilizată în *algoritmul rapid de interpolare spline cubică* am propus o formulare alternativă care a dus la elaborarea *algoritmului zero*. Sistemul este instabil, însă formula de calcul a coeficienților B-spline determinată în cazul acestui algoritm poate fi folosită pentru șiruri scurte de date sau ca metodă adițională pentru îmbunătățirea altor algoritmi (paragraful 4.4) [89].
- Am stabilit formula de calcul prin care fiecare coeficient, dintr-un nod oarecare, poate fi calculat folosind valoarea semnalului și valoarea derivatei de ordinul doi a acestuia în nodul respectiv (relația 4.25) [53, 90].
- Am determinat o relație directă între coeficienții B-spline și valorile în noduri ale derivatei de ordinul întâi a funcției de aproximare (relația 4.34) [90].
- Am elaborat 3 noi algoritmi de interpolare spline cubică care folosesc valorile în noduri ale derivatei de ordinul întâi, valori determinate pe baza eșantioanelor semnalului (*algoritmii 1A, 1D, și 1P*). În aceste cazuri, pasul de prefiltrare a fost implementat prin filtre IIR (paragraful 4.5) [52, 90].
- Am elaborat 3 noi algoritmi de interpolare spline cubică care folosesc valorile derivatei a doua în noduri, valori calculate tot pe baza eșantioanelor semnalului (*algoritmii 2A, 2D, și 2P*). Pasul de prefiltrare a fost realizat prin filtre FIR, pentru *algoritmii 2D și 2P*, filtrele fiind simetrice. Avantajul acestora e dat de faptul că pot fi implementați ușor și eficient pentru prelucrarea semnalelor în timp real (paragraful 4.6) [53, 54].
- Metodele de calcul a coeficienților B-spline stabilite permit determinarea locală a acestora, fapt care nu se regăsește la nici unul dintre algoritmii din literatura studiată (capitolul 4).
- Am propus 2 variante de îmbunătățire a metodelor de determinare a coeficienților în cazul noilor algoritmi (paragraful 5.2) [50].
- Am implementat o nouă metodă simplă și eficientă de prelungire la ambele capete a șirului de coeficienți, metodă care are ca efect reducerea erorilor la capete. Acest erori apar la implementarea tuturor algoritmilor studiați sau elaborați. Aceasta este foarte utilă, mai ales dacă prelucrarea semnalelor se face separat, pe secvențe de eșantioane și nu pentru tot șirul deodată (paragraful 5.3) [51].
- Am determinat forma explicită a funcției de transfer a filtrului B-spline indirect pentru interpolare cubică cu factor de interpolare egal cu 4. Aceasta nu este redată în nici una dintre lucrările studiate (relația 5.10) [55].
- Am propus și comparat trei noi variante de implementare a interpolării spline cubice cu factor mai mare decât 2, de forma $m=2^r$ (paragraful 5.5) [55].
- Am implementat *algoritmul 2D* original pe un sistem cu procesor numeric de semnal. Rezultatele obținute au dus la concluzia că procedeul de interpolare propus nu introduce erori suplimentare și poate fi executat în timp real (paragraful 6.4) [56].

În „Anexe” am redat secvențe din programele realizate în *Matlab* și în *C* (în mediul de dezvoltare *Code Composer Studio*) și câteva rezultate reprezentative obținute în urma rulării acestora.

Interpolarea semnalelor cu *algoritmii 2D* și *2P* conduce la obținerea unor erori de interpolare mai mari decât în cazul utilizării *algoritmului rapid de interpolare spline cubică*. De cele mai multe ori, în practică, aceste erori au valori acceptabile. Avantajul major este dat de faptul că în cazul noilor algoritmi pasul de prefiltrare se realizează prin intermediul unor filtre FIR simetrice, ceea ce le face potrivite pentru implementarea eficientă pe sisteme de prelucrare numerică. Din analiza rezultatelor obținute la rularea *algoritmului de interpolare spline cubică 2D* original pe un sistem cu procesor numeric de semnal se desprind 2 concluzii importante: algoritmul poate fi utilizat pentru prelucrarea în timp real a semnalelor și nu introduce erori suplimentare pentru semnalul de la ieșire.