

Facultatea de Automatică și Calculatoare

Departamentul Calculatoare și Tehnologia Informației

REZUMATUL TEZEI DE DOCTORAT

**RECONSTRUCȚIA IMAGINILOR BINARE ÎN CADRUL TOMOGRAFIEI
DISCRETE FOLOSIND REȚEAUA DE CELULE TRIUNGHIELARE**

**BINARY IMAGES RECONSTRUCTION FOR DISCRETE TOMOGRAPHY
USING TRIANGULAR GRID**

Conducător științific:

Prof. Dr. Ing. Vladimir-Ioan CREȚU

Doctorand:

Inf. Mat. Elisa Valentina ONEȚ (MOISI)

TIMIȘOARA 2014

Teza de doctorat cu titlul „**Reconstrucția imaginilor binare în cadrul tomografiei discrete folosind rețeaua de celule triunghiulare**” – „**Binary Images Reconstruction for Discrete Tomography using Triangular Grid**”, aduce contribuții în domeniul de mare actualitate al procesării imaginilor, cu precădere în tomografie, mai exact în tomografia binară – ramură a tomografiei discrete.

Obiectivele principale ale prezentei teze sunt:

1. Prezentarea proprietăților și structurii rețelei cu celule triunghiulare. Definirea conceptului de imagine binară având formă hexagonală (binary-hexagon-shaped image);
2. Extinderea suportului matematic referitor la transformata Radon, având ca bază rețeaua cu celule triunghiulare;
3. Reducerea problemei reconstrucției imaginilor binare reprezentate pe rețeaua cu celule triunghiulare la problema fluxului maxim de cost minim într-un graf;
4. Conceperea unui algoritm memetic pentru rezolvarea problemei tomografiei binare utilizând imagini binare având formă hexagonală, definite pe rețeaua cu celule triunghiulare;
5. Conceperea unei noi metode iterative pentru reconstrucția imaginilor binare având formă hexagonală.

O importantă metodă din cadrul domeniului procesării imaginilor o reprezintă tomografia. Tomografia este o tehnică imagistică neinvazivă care permite vizualizarea structurii interne a unui obiect. Tehnicile moderne ale tomografiei colectează proiecțiile unei imagini din multiple unghiuri diferite, date furnizate apoi unui algoritm de reconstrucție tomografică în vederea obținerii imaginii secțiune.

Din punct de vedere matematic, obiectul corespunde unei funcții de atenuare, pentru care se cunosc câteva integrale sau sume pe un domeniu. Din acest motiv există două tipuri de reconstrucție tomografică: tomografie continuă și tomografie discretă. Tomografia discretă presupune că domeniul funcției este continuu sau discret și codomeniul funcției (obiectului) este un set finit de numere reale.

Tomografia binară reprezintă un caz special al tomografiei discrete, în care funcția (obiectul) poate să aibă doar două valori: 0 sau 1. Astfel, practic, scopul tomografiei binare este de a reconstrui o imagine binară, unde obiectul este reprezentat cu culoarea albă iar fundalul este negru, folosind proiecții măsurate de-a lungul unui număr cât mai mic de unghiuri diferite.

În geometria digitală, spațiul este format din puncte discrete care au coordonate valori întregi. În plan, spațiul Euclidian poate fi acoperit complet cu trei tipuri de celule: pătrate, hexagonale și triunghiulare. Prima rețea folosită pentru reprezentarea imaginilor în cadrul tomografiei discrete a fost rețeaua cu celule pătrate datorită folosirii sistemului de coordonate Cartezian. Dintre algoritmi folosiți în cadrul tomografiei discrete, utilizând rețeaua cu celule pătrate, fac parte problema fluxului maxim și algoritmi evolutivi. Cu toate acestea, în cadrul procesării de imagini digitale sunt folosite și alte rețele cu celule netradiționale. Dintre acestea, rețeaua cu celule triunghiulare este considerată importantă datorită proprietăților sale de simetrie, o rotație cu $2\pi/3$ care mută rețeaua în ea însăși. De asemenea, triunghiul are un rol din ce în ce mai important în modelarea geometrică. Retina umană este adesea modelată folosind triangulația Delaunay. Multe scanere 3D produc triangulații, iar algoritmi de grafică computațională folosesc celulele triunghiulare.

Scopul prezentei teze este de a studia efectul schimbării rețelei de celule pentru reprezentarea imaginilor binare, dintr-o rețea pătrată într-una triunghiulară și de a găsi metode eficiente pentru a rezolva problema tomografiei binare pe această rețea. În acest context, problema propusă spre a fi rezolvată, în cadrul prezentei teze, este cea a tomografiei binare, enunțată pentru cazul în care imaginile sunt reprezentate pe rețeaua cu celule triunghiulare. Sunt prezentate proprietățile și structura rețelei cu celule triunghiulare precum și reprezentarea imaginilor digitale folosind rețeaua cu celule triunghiulare. Folosind rețeaua cu celule triunghiulare, este definit conceptul de imagine binară având formă hexagonală (binary-hexagon-shaped image). Este descrisă baza matematică a primei faze a problemei reconstrucției de imagini din cadrul tomografiei binare, transformata Radon sau proiecțiile, având ca bază rețeaua cu celule triunghiulare. De asemenea este propusă reducerea problemei reconstrucției imaginilor binare reprezentate pe rețeaua cu celule triunghiulare la problema fluxului maxim de cost minim într-un graf, folosind trei direcții pentru proiecții, două principale, iar a treia pentru a impune anumite restricții asupra grafului. Folosind această modelare sunt propuși doi

algoritmi de reconstrucție a imaginilor binare reprezentate folosind rețeaua cu celule triunghiulare, și anume un algoritm memetic și unul iterativ. De asemenea se urmărește compararea acestor metode de reconstrucție a imaginilor binare cu cele existente pentru cazul rețelelor cu celule triunghiulare, a avantajelor și dezavantajelor lor.

Teza este structurată pe 8 capitole distincte care tratează în ordine aspectele mai sus menționate, după cum urmează:

Capitolul 1, intitulat **„Introduction” – „Introducere”**, este dedicat părții de introducere în domeniul tomografiei discrete. Capitolul începe cu prezentarea temei de cercetare, a motivării prezentei cercetării, evidențiind avantajele reprezentării imaginilor folosind acoperirea cu o rețea cu celule triunghiulare. În continuare sunt prezentate obiectivele principale ale tezei, precum și organizarea acesteia în vederea îndeplinirii obiectivelor propuse.

Capitolul 2, intitulat **„Discrete Tomography on the Square Grid. An overview” – „Tomografia discretă folosind rețeaua de celule pătrate. Privire de ansamblu”**, realizează o trecere detaliată în revistă a stadiului curent al domeniului tomografiei discrete folosind rețeaua de celule pătrate. Prima parte a capitolului este dedicată prezentării modului de generare a datelor utilizate pentru generarea sau reconstruirea imaginilor. Toate tipurile de tomografii folosesc transformata Radon drept principiu de bază în generarea secțiunii transversale a imaginilor. Imaginile sunt generate folosind un set de transformate Radon sau proiecții. Transformata Radon asigură suportul matematic necesar pentru legătura între spațiul de coordonate (x, y) și spațiul proiecțiilor (r, θ) . Imaginile sunt reconstruite pe baza acestor date folosind un algoritm de reconstrucție. Dintre algoritmii de reconstrucție a unei imagini, reprezentată pe rețeaua de celule pătrate, fac parte problema fluxului maxim și algoritmii evolutivi, prezentați în cea de a doua parte a capitolului. Calitatea imaginilor reconstruite depinde de numărul de proiecții și de numărul de unghiuri de proiecție. Pe baza elementelor descrise sunt identificate direcțiile de cercetare abordate în teză, și anume reprezentarea unei imagini folosind rețeaua cu celule triunghiulare, descrierea matematică a transformatei Radon folosind rețeaua de celule triunghiulară și propunerea de algoritmi în vederea reconstruirii imaginilor reprezentate pe rețeaua cu celule triunghiulare.

În **Capitolul 3**, intitulat „**Triangular Grid**” – „**Rețeaua cu celule triunghiulare**”, este realizată o prezentare detaliată a rețelei cu celule triunghiulare. Prima parte a capitolului prezintă structura și proprietățile rețelei cu celule triunghiulare. Este prezentată topologia rețelei cu celule triunghiulare și se definesc conceptele de bandă respective lanț de diamante în cadrul rețelelor cu celule triunghiulare, concept similar cu liniile și coloanele în cadrul rețelei de celule pătrate. Aceste elemente definesc direcțiile naturale ale unei rețele cu celule triunghiulare, bazat pe simetria acesteia. Astfel, acestea pot fi descrise cu ușurință folosind cadrul de simetrie a coordonatelor. O bandă conține un set de celule care au o valoare fixă pentru o coordonată, fiind perpendiculară pe una dintre axele de coordonate. Un lanț de diamante conține un set de celule, care corespund unei linii paralele cu o axă de coordonate.

Capitolul continuă cu definirea conceptului de imagine binară având formă hexagonală (binary-hexagon-shaped image) folosind rețeaua cu celule triunghiulare. Pentru a înțelege problema reconstrucției de imagini binare având formă hexagonală, capitolul include o scurtă prezentare a proiecțiilor în cadrul rețelei cu celule triunghiulare.

Capitolul 4, „**Radon Transform on Triangular Grid Basis**” – „**Transformata Radon folosind ca bază rețeaua cu celule triunghiulare**” introduce baza matematică a primei faze a problemei tomografiei binare, transformata Radon având ca bază rețeaua cu celule triunghiulare. Capitolul prezintă derivarea, de către autor, a formulei matematice pentru transformata Radon având ca bază rețeaua cu celule triunghiulare. Transformata Radon reprezintă proiecțiile obținute în urma unei scănări tomografice pentru un obiect necunoscut. Inversa transformatei Radon poate fi utilizată pentru a reconstrui obiectul original folosind datele măsurate. Aceasta reprezintă suportul matematic pentru orice reconstrucție tomografică, cunoscută de asemenea ca și reconstrucție de imagini.

Capitolul 5, cu titlul „**Modeling the Reconstruction Problem on Triangular Grid from Three Projections as Minimum Cost Maximum Flow Problem**” – „**Modelarea problemei reconstrucției de imagini folosind trei proiecții drept problema flux maxim de cost minim**”, formulează problema reconstrucției de imagine binară având formă hexagonală (binary-hexagon-shaped image) folosind rețeaua cu celule triunghiulare, utilizând două proiecții de bază și a treia pentru a impune anumite restricții, prin reducerea acesteia la problema de cost minim flux maxim într-un graf. Metoda

introdusă pornește de la generalizarea problemei de bază a reconstrucției de imagini folosind două proiecții, în cazul rețelei de celule pătrate, drept problema fluxului într-o rețea (network flow). Deoarece în rețeaua cu celule triunghiulare nu sunt suficiente două direcții pentru a identifica o celulă, sunt necesare (cel puțin) trei direcții pentru proiecții în vederea reconstrucției unei imagini reprezentată pe această rețea. Din această cauză, în cadrul modelării problemei reconstrucției de imagini cu ajutorul algoritmului flux maxim de cost minim se utilizează trei direcții pentru proiecții. Este cunoscut faptul că, nu există o generalizare a problemei cost maxim de flux minim pentru cazul în care sunt folosite mai mult de două direcții pentru proiecții. Astfel, metoda propusă, utilizează două direcții de bază pentru proiecții, în timp ce, cea de a treia direcție este folosită pentru a stabili anumite restricții în construirea grafului asociat. Considerând faptul că, în urma intersecției unei benzi cu o altă direcție pot rezulta două puncte de intersecție, în cadrul capitolului, sunt descrise câteva cazuri speciale pentru modelarea problemei reconstrucției de imagini binare având formă hexagonală ca și problema fluxului maxim de cost minim într-un graf.

În cadrul **Capitolului 6, „Memetic Algorithm for Image Reconstruction in Discrete Tomography on the Triangular Grid from Six Projections”** – **„Algoritm memetic folosind șase proiecții pentru reconstrucția de imagini în cadrul tomografiei discrete utilizând rețeaua cu celule triunghiulare”** se introduce un algoritm memetic pentru rezolvarea principalei probleme a tomografiei discrete, utilizând rețeaua cu celule triunghiulare, și anume cea a reconstrucției de imagini binare având formă hexagonală folosind proiecțiile măsurate de-a lungul unui număr mic de unghiuri distincte pentru măsurarea proiecțiilor. În cadrul acestui capitol se consideră un număr de șase proiecții măsurate de-a lungul a șase unghiuri distincte. Direcțiile considerate sunt cele șase direcții naturale relativ la sistemul de coordonate, ale unei rețele de celule triunghiulare. Calitatea reconstrucțiilor este măsurată cu ajutorul unei funcții de evaluare, care nu ia în considerare, nici o informație a priori. Algoritmul propus găsește reconstrucția care minimizează această funcție de evaluare. Algoritmul generează o populație inițială folosind modelarea cu ajutorul problemei flux maxim de cost minim introdusă în capitolul precedent. Imaginile reconstruite evoluează spre o soluție optimă sau aproape de o soluție optimă, folosind operatori noi de încrucișare și mutație ghidată. Calitatea imaginilor obținute este îmbunătățită utilizând operatori de căutări locale bazat pe componente de comutare (switching components) și pe compactitate (compactness). În

cadrul capitolului, se definesc, din punct de vedere matematic, componentele de comutare și compactitate. Beneficiile algoritmului propus sunt testate din punct de vedere al corectitudinii, robusteții și timpului de reconstrucție prin utilizare de imagini de test, imagini binare având formă hexagonală generate folosind baze de date cu imagini publice. De asemenea, se compară această metodă cu algoritmul de călire simulată prezentându-se avantajele și dezavantajele algoritmului propus. Avantajul algoritmului propus constă în timpul de reconstrucție redus comparativ și capacitatea de a reconstrui cu acuratețe imaginile care conțin obiecte fără proprietăți geometrice sau topologice. Dezavantajul algoritmului constă în capacitatea redusă de a reconstrui imagini, care conțin obiecte complexe multiple.

Capitolul 7, intitulat „Iterative Reconstruction Algorithm Based on Minimum Cost Maximum Flow Algorithm on the Triangular Grid” – „Algoritm iterativ de reconstrucție bazat pe algoritmul flux maxim de cost minim utilizând rețeaua cu celule triunghiulare”, se introduce un algoritm iterativ de reconstrucție a imaginilor binare având formă hexagonală bazat pe algoritmul flux maxim de cost minim utilizând rețeaua cu celule triunghiulare. În cadrul fiecărei iterații se selectează o nouă tripletă de unghiuri distincte pentru măsurarea proiecțiilor și se calculează capacitatea arcelor grafului asociat. De asemenea se calculează costul asociat problemei flux maxim de cost minim utilizând reconstrucția obținută în cadrul iterației precedente. Următorul pas al algoritmului este rezolvarea problemei flux maxim de cost minim, problemă modelată cu ajutorul datelor obținute. În partea experimentală se testează algoritmul propus, testând beneficiile acestuia din punct de vedere al corectitudinii, robusteții și timpului de reconstrucție. Algoritmul propus este capabil de a produce rezultate stabile, chiar dacă s-au folosit doar un număr maxim de șase unghiuri pentru măsurarea proiecțiilor. Timpul de rulare al algoritmului este relativ redus chiar și în cazul, în care imaginile binare având formă hexagonală conțin un număr mare de celule.

Capitolul 8, „Conclusions and Future Work” – „Concluzii și viitoare direcții de cercetare”, prezintă contribuțiile proprii precum și eventuale direcții viitoare de cercetare în domeniul tomografiei binare utilizând rețeaua cu celule triunghiulare sau alte rețele derivate din aceasta.

Prezenta teză introduce o serie de *contribuții originale*, după cum urmează:

1. Prezentarea bazei fundamentale, structura, definiții și proprietăți pentru rețeaua cu celule triunghiulare și pentru reprezentarea imaginilor digitale folosind această rețea. De asemenea, am definit conceptul de imagine binară având formă hexagonală (binary-hexagon-shaped image) utilizând rețeaua cu celule triunghiulare;
2. Extinderea suportului matematic pentru transformata Radon având ca bază sistemul de coordonate aferent rețelei cu celule triunghiulare;
3. Reducerea problemei reconstrucției de imagine binară având formă hexagonală (binary-hexagon-shaped image) folosind rețeaua cu celule triunghiulare, utilizând trei unghiuri distincte pentru măsurarea proiecțiilor, la problema de cost minim flux maxim într-un graf;
4. Crearea unui algoritm memetic pentru rezolvarea principalei probleme a tomografiei binare utilizând rețeaua cu celule triunghiulare, și anume cea a reconstrucției de imagini binare având formă hexagonală folosind proiecțiile măsurate de-a lungul unui număr de șase unghiuri distincte;
5. Crearea unui algoritm iterativ pentru reconstrucția de imagini binare având formă hexagonală folosind proiecțiile măsurate de-a lungul unui număr maxim de șase unghiuri distincte.

Actualul stadiu al cercetării permite identificarea unor noi direcții destinate a crește robustețea și acuratețea metodelor prezentate, în vederea obținerii unei cât mai bune reconstrucții a unei imagini binare având formă hexagonală, într-un timp cât mai redus.